SMG-1400 SÄHKÖMAGNEETTISET KENTÄT JA AALLOT 2

Tentti 10.12.2012 Saku Suuriniemi.

Ei muistiinpanoja, ei laskimia. Kaikki tehtävät 6 pistettä.

Huom! Tenttisuoritus hyväksytään jos tehtävistä 1 ja 2 tulee yhteensä 9 pistettä.

1. Kokoa kuusi kurssin sisältöä koskevaa väitettä: käytä kukin lauseen alku kerran ja loppu korkeintaan kerran. Mielekkäästä ja paikkansapitävästä lauseesta aina yksi piste, muuten nolla. Vastaus konseptipaperille numerojärjestyksessä muodossa `1X, 2Y, 3Z, ...`

1	Virran jatkuvuusyhtälö	A	kuvaa varauksen häviämättömyyden.
2	Poyntingin vektori	B	määritellään aina pinnalle.
3	Ideaalijohde	C	etenee kaikkialla samaan suuntaan.
4	Tasoaalto	D	kuvaa tehovuota ulos järjestelmästä.
5	Magneettivuo	E	liittää sähkökentän varaustiheyteen.
6	Gaussin integraalilaki **D**:lle	F	on metalleille käytetty yksinkertaistus.
		G	määritellään aina käyrälle.

2. Selitä korkeintaan kahdella virkkeellä (a) monokromaattinen aalto, (b) sähköinen koko ja (c) sähkömagneettinen induktio.

3. Oikein vai väärin? Perustele lyhyesti tai anna esimerkki. (a) Aalto voi edetä vaimenematta vain hyvin johtavassa väliaineessa. (b) Seisova aalto syntyy kahden samaan suuntaan etenevän eri taajuisen aallon summana. (c) Ohmin laki $\mathbf{J} = g\mathbf{E}$ liittyy energian muuttumiseen muodosta toiseen. (d) Antennien sijoittamisessa on huomioitava aallon polarisaatio. (e) Sähkömagneettisen aallon nopeus on luonnonvakio, eikä se siksi riipu väliaineesta. (f) Sähkömagneettinen aalto välittää tehoa.

4. Induktiokuumennus: (a) Miten induktiokuumennus tapahtuu (ja mihin kaikkeen se perustuu)? (b) Miten magneettikentän taajuus vaikuttaa tehotiheyteen eri osissa kuumennettavaa kappaletta? (c) Miksi ideaalijohdetta ei voisi induktiokuumentaa lainkaan?

5. (a) Todista että aallon

$$\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

edetessä johteessa varaustiheydessä ei tapahdu muutoksia. Saat olettaa ilman perusteluja että $\mathbf{E}_0$:lla ei ole z-komponenttia. (b) Todista että aallon polarisaatio olisi sama, vaikka se määriteltäisiin magneettikentän avulla.

Vektorianalyysin kaavoja

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A} = 0 \tag{1}$$

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} \tag{2}$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \tag{3}$$

$$\int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathrm{grad}(\phi) \cdot \mathbf{dl} = \phi(\mathbf{r}_2) - \phi(\mathbf{r}_1) \tag{4}$$

$$\int_S \mathrm{curl}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, da = \int_{\partial S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{dl} \tag{5}$$

$$\int_V \mathrm{div}(\mathbf{F})\, dV = \int_{\partial V} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, da \tag{6}$$

$$\mathrm{grad}(\phi) = \mathbf{i}\frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial \phi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial \phi}{\partial z} \tag{7}$$

$$\mathrm{grad}(a\phi + b\psi) = a\,\mathrm{grad}(\phi) + b\,\mathrm{grad}(\psi) \tag{8}$$

$$\mathrm{curl}(a\mathbf{F} + b\mathbf{G}) = a\,\mathrm{curl}(\mathbf{F}) + b\,\mathrm{curl}(\mathbf{G}) \tag{9}$$

$$\mathrm{div}(a\mathbf{F} + b\mathbf{G}) = a\,\mathrm{div}(\mathbf{F}) + b\,\mathrm{div}(\mathbf{G}) \tag{10}$$

$$\nabla^2 \phi = \mathrm{div}(\,\mathrm{grad}(\phi)) \tag{11}$$

$$\nabla^2 \mathbf{F} = \mathrm{grad}(\,\mathrm{div}(\mathbf{F})) - \mathrm{curl}(\,\mathrm{curl}(\mathbf{F})) \tag{12}$$

$$\mathrm{curl}(\,\mathrm{grad}(\phi)) = 0 \tag{13}$$

$$\mathrm{div}(\,\mathrm{curl}(\mathbf{F})) = 0 \tag{14}$$

$$\mathrm{grad}(\phi\psi) = \mathrm{grad}(\phi)\psi + \phi\,\mathrm{grad}(\psi) \tag{15}$$

$$\mathrm{curl}(\phi\mathbf{F}) = \mathrm{grad}(\phi) \times \mathbf{F} + \phi\,\mathrm{curl}(\mathbf{F}) \tag{16}$$

$$\mathrm{div}(\phi\mathbf{F}) = \mathrm{grad}(\phi) \cdot \mathbf{F} + \phi\,\mathrm{div}(\mathbf{F}) \tag{17}$$

$$\mathrm{div}(\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = \mathrm{curl}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{G} - \mathbf{F} \cdot \mathrm{curl}(\mathbf{G}) \tag{18}$$

$$\mathrm{div}(\mathbf{r}) = 3 \tag{19}$$

$$\mathrm{curl}(\mathbf{r}) = 0 \tag{20}$$

$$\mathrm{grad}(\phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)) = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{d\phi}{d|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \tag{21}$$

$$\mathrm{div}(\mathbf{F}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)) = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \cdot \frac{d\mathbf{F}}{d|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \tag{22}$$

$$\mathrm{grad}'(\phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) = -\,\mathrm{grad}(\phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) \tag{23}$$

Kaavoissa a, b ovat vakioita, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ vakiovektoreita, ϕ, ψ ovat skalaarikenttiä, $\mathbf{F}, \mathbf{G}$ vektorikenttiä, ja $\mathbf{r}$ paikkavektorikenttä.