

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 28.2.2017 / Kimmo Vattulainen

• Funktiolaskin sallittu

1.a) Olkoon $P(\bar{A} \cap B) = 0.2$ ja $P(A | B) = 0.7$. Laske $P(B)$.

b) Herra A:lla on taskussaan 5 avainta, joista vain yksi sopii kotioveen. Kotiin tullessaan hän ottaa taskustaan yhden avaimen ja kokeilee sitä. Jos avain ei ole oikea, hän ottaa taskustaan seuraavan avaimen ja kokeilee sitä. Näin hän käy läpi avaimia, kunnes ovi aukeaa. Olkoon satunnaismuuttuja $X =$ "se kokeilukerta, jolloin ovi aukeaa". Mikä on satunnaismuuttujan X tiheysfunktio $f(x)$, odotusarvo $E(X)$ ja varianssi $\text{Var}(X)$.

2. Jatkuvan satunnaismuuttujan X tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x) = c(x + 1), \quad x \in \Omega = [1, 5]$$

a) Millä vakion c arvolla $f(x)$ on tiheysfunktio?

b) Laske todennäköisyys $P(X^2 > 4)$.

c) Mitä on $E\left(\frac{1}{X}\right)$?

3. Tiedetään, että laukauksen osumakohta (X, Y) on satunnaisvektori, jonka tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x, y) = \frac{4 - (x^2 + y^2)}{8\pi}, \quad (x, y) \in \Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

Millä todennäköisyydellä viidestä toisistaan riippumattomasta laukauksesta ainakin kolme osuu maalialueeseen A , joka on neliö

$$A = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$$

4. Huoltoon tuodaan viikossa 100 laitetta, joihin vaihdetaan 1-4 tiettyä kondensaattoria. Aikaisempien tietojen mukaan laitteisiin vaihdetaan kondensaattoreita seuraavasti

Vaihdettavien kondensaattorien lukumäärä	1	2	3	4
Osuus laitteista	10%	20%	50%	20%

Kuinka monta kondensaattoria pitäisi vähintään olla varastossa, jotta ne 95%:n todennäköisyydellä riittävät viikoksi? *Vihje: Käytä keskeistä raja-arvolauseetta.*