

**Ei laskinta eikä taulukkokirjoja.**

Jos uunit 1. välikokeen, merkitse päällimmäisen vastauspaperisi alkuun "Välikoe 1" ja vastaa vain kysymyksiin 1 ja 2. Jos uunit 2. välikokeen, merkitse päällimmäisen vastauspaperisi alkuun "Välikoe 2" ja vastaa vain kysymyksiin 3 ja 4. Ilman mainintaa välikokeesta vastaus tulkitaan tentiksi (ja kaikki 4 tehtävää arvostellaan). Kaikki vastaukset palautetaan samaan pinoon.

1. Olkoon $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ suppeneva jono ja $c \in \mathbb{R}$. Osoita raja-arvon ϵ -määritelmää käyttäen, että tällöin myös jono $(ca_n)_{n=1}^{\infty}$ suppenee.

2. Olkoon $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{kun } x \in \mathbb{Q}, \\ 1, & \text{kun } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

f on jatkuva eräässä pisteessä $x_0 \in \mathbb{R}$. Selvitä, mikä tämä piste x_0 on ja osoita jatkuvuus pisteessä x_0 $\epsilon\delta$ -määritelmää käyttäen.

3. Oletetaan, että $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ on integroitava funktio ja että $f(x) \leq M$ kaikilla $x \in [a, b]$. Osoita **pelkästään ylä- tai alaintegraalin määritelmää käyttäen**, että

$$\int_a^b f \leq M(b - a).$$

4. Tutki suppeneeko vai hajaantuuko:

a) $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x \, dx$ b) $\int_1^{\infty} \frac{1 + \cos^2 x}{\sqrt{1 + x^2}} \, dx$