



MAT-60200 Matemaattinen analyysi
2. välikoe 4.12.2013

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja.

1. Olkoon $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - 3x$. Osoita **pelkästään Riemannin ehtoa käyttämällä**, että f on integroituva.
2. a) Tutki, suppeneeko vai hajaantuuko

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x}{x+1} dx.$$

- b) Olkoon $f_n: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \frac{n^2 \sin x}{1 + n^2 x}.$$

Osoita, että funktiojono (f_n) suppenee pisteittäin ja selvitä rajafunktio f .

- c) Osoita, että suppeneminen **b**-kohdassa ei ole tasaista. Vihje:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$