

# MAT-60000 Matriisilaskenta 1

Välikoe 1 (7.10.2013) luennoitsija: Lassi Paunonen.

Ei laskimia, ei kirjallisuutta.

1. Ovatko avaruuden  $\mathbb{C}^3$  vektorit

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

- (a) ortogonaaliset?  
(b) lineaarisesti riippumattomat?  
(c) avaruuden  $\mathbb{C}^3$  kanta?

Perustele vastauksesi!

2. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -12 & 3 & -7 \\ 8 & -16 & -16 \end{bmatrix}$$

LU-hajotelma ja laske  $\det(A)$ .

3. Olkoon  $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\} \subset \mathbb{F}^n$

(a) Määrittele  $\text{span}\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$ .

(b) Osoita, että jos  $\mathbf{x}_1$  voidaan ilmaista vektoreiden  $\mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$  lineaarikombinaationa, niin tällöin

$$\text{span}\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\} = \text{span}\{\mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m\}.$$

4. (a) Määrittele avaruuden  $\mathbb{F}^n$  aliavaruus, ja osoita, että nollavektori  $\mathbf{0}$  kuuluu jokaiseen aliavaruuteen.

(b) Funktio  $\mathbf{f} : \mathbb{F}^n \rightarrow \mathbb{F}^m$  on **jatkuva** pisteessä  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{F}^n$ , jos jokaista  $\varepsilon > 0$  kohden voidaan valita  $\delta > 0$  siten, että  $\|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)\| < \varepsilon$  aina kun  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\| < \delta$ .

Olkoon  $A \in \mathbb{F}^{m \times n}$ . Osoita, että funktio  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  on jatkuva jokaisessa pisteessä  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{F}^n$ .