MAT-53101 Numeerinen analyysi 2 tentti 19.3.2009
MAT-53107 Numerical Analysis 2 Exam 19.3.2009

Tentissä saa käyttää tavallista tai graafista/ohjemoitavaa laskinta ja yhtä käsinkirjoitettua kaksipuolista käsinkirjotettua A4 sivua muistiinpanoja. Laskuissa välivaiheet on kirjoitettava näkyviin.

You are allowed to use a plain or graphing/programmable calculator and one handwritten two-sided A4 sheet of notes. Show all calculation steps.

1. IEEE-kaksoistarkkuuslaskenta perustuu liukulukujärjestelmään, jossa $(\beta, t, L, U) = (2, 52, -1022, 1023)$. Mikä on järjestelmän suurin äärellinen positiivinen liukuluku? Arvioi $\left|\frac{x-fl(x)}{x}\right|$, kun $x = 333{,}33333\ldots$ ja $fl(x)$ on sen lähin IEEE-kaksoistarkkuusliukuluku.

   IEEE double precision arithmetic uses the floating point system with $(\beta, t, L, U) = (2, 52, -1022, 1023)$. What is the largest finite positive floating point number in this system? Estimate $\left|\frac{x-fl(x)}{x}\right|$ when $x = 333.33333\ldots$ and $fl(x)$ is the IEEE double precision floating point number closest to x.

2. Laske Newtonin ja Raphsonin menetelmän kaksi iteraatiota yhtälöryhmän $x_1^2 - x_2^2 = -2,\ 2x_1x_2 = -1$ ratkaisemiseksi lähtien alkuarvosta $x^{[0]} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   Perform two iterations of the Newton-Raphson method to solve $x_1^2 - x_2^2 = -2,\ 2x_1x_2 = -1$ with initial iterate $x^{[0]} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Selitä *solmuton* (engl. *not-a-knot*) kuutiointerpolaatiosplini ja sen etu verattuna luonnolliseen spliiniin.

   Explain the *not-a-knot* cubic interpolation spline and its advantage over the natural spline.

4. Approksimoi funktiota $f(x) = \sin(x)$ välissä $-1 \le x \le 1$ käyttäen kuutiopolynomia, joka interpoloi Tšebyševin solmuissa.

   Approximate $f(x) = \sin(x)$ on $-1 \le x \le 1$ by a cubic polynomial that interpolates at Chebyshev nodes.

5. Ratkaise reuna-arvotehtävä käyttäen differenssimenetelmää ja askelpituutta $h = 2$:

   $$y'' + 7y' + 9y = 5x, \quad y(0) = 1,\ y(4) = 3$$

   Solve the above boundary value problem using finite differences with $h = 2$.