

MAT-53101 Numeerinen analyysi 2 tentti 7.4.2010

MAT-53107 Numerical Analysis 2 Exam 7.4.2010

Tentissä saa käyttää tavallista tai graafista/ohjemoitavaa laskinta ja yhtä kaksipuolista käsinkirjoitettua A4-paperia muistiinpanoja. Laskuissa välivaiheet on kirjoitettava näkyviin.

You are allowed to use a plain or graphing/programmable calculator and one handwritten two-sided A4 sheet of notes. Show all calculation steps.

1. IEEE-kaksoistarkkuusliukulukujärjestelmän tunnusluvut ovat $(\beta, t, L, U) = (2, 52, -1022, 1023)$. Mikä on pienin positiivinen normalisoitu liukuluku tässä järjestelmässä? Määritä raja suhteelliselle pyöristysvirheelle laskussa $y = (a + b) \cdot (c + d)$, kun a, b, c, d ovat IEEE-kaksoistarkkuusliukulukuja ja laskut tehdään IEEE-kaksoistarkkuusaritmetiikkaa käyttäen.

The IEEE double precision floating point number system is characterised by $(\beta, t, L, U) = (2, 52, -1022, 1023)$. What is the smallest positive normalised floating point number in this system? Determine a bound on the relative roundoff error of $y = (a + b) \cdot (c + d)$ when a, b, c, d are IEEE double precision numbers and the operations are done using IEEE double precision arithmetic.

2. Etsi polynomin $(x - 2)(x - 3)(x - 4) + \delta = x^3 - 9x^2 + 26x - 24 + \delta$ pienin juuri, kun $|\delta| \ll 1$. (Vihje: Newton-Raphson.) Käytä Hornerin algoritmia laskuissa.

Estimate the smallest root of the polynomial $(x - 2)(x - 3)(x - 4) + \delta = x^3 - 9x^2 + 26x - 24 + \delta$ when $|\delta| \ll 1$. (Hint: Newton-Raphson.) Use Horner's algorithm to carry out computations.

3. Käytä jaettujen erotusten taulukkoa laskeaksesi astetta 3 oleva polynomi p , joka interpoloi funktiota $f(x) = e^{-x}$ Tšebyševin pisteissä välissä $[-1, 1]$. Etsi virheen $\max_{-1 \leq x \leq 1} |p(x) - f(x)|$ yläraja.

Use a divided difference table to find a polynomial p of degree 3 that interpolates $f(x) = e^{-x}$ at Chebyshev nodes in the interval $[-1, 1]$. Determine an upper bound on the error $\max_{-1 \leq x \leq 1} |p(x) - f(x)|$.

4. Kirjoita lineaarinen yhtälöryhmä, jolla ratkaistaan reuna-arvotettava

$$y'' + 2xy' - 3e^x y = 4x^5, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

differenssimenetelmän avulla. Käytä hilapisteinä $[0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1]$. Yhtälöitä ei tarvitse ratkaista.

Write the system of linear equations for the finite difference solution of the boundary value problem

$$y'' + 2xy' - 3e^x y = 4x^5, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

using the mesh points $[0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1]$. You need not solve the equations.