

MAT-51310 Osittaisdifferentiaaliyhtälöt

Välikoe 1

05.12.2006

1. a) Laske osittaisderivaatta $\partial^\alpha(xyz)$, kun $\alpha = (0,1,1)$.
b) Muotoile Cauchy-Kovalevskaya-lause kanoniselle kvasilineaarille osittaisdifferentiaaliyhtälölle.

2. Ratkaise Cauchy-ongelma $2\frac{\partial u}{\partial x} + 3\frac{\partial u}{\partial y} = 0$, $u(x,0) = \sin x$.

3. a) Määrittele käsite karakteristika ensimmäisen kertaluvun kvasilineaarille osittaisdifferentiaaliyhtälöille. Miten karakteristikat liittyvät ratkaisun olemassaoloon ja yksikäsitteisyyteen?
b) Tutki Cauchy-ongelman $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$, $u(e^x - 1, e^x - 1) = 0$ ratkaisun olemassaoloa ja yksikäsitteisyyttä.

4. Määrä yhtälön $xy\frac{\partial u}{\partial x} - x^2\frac{\partial u}{\partial y} - yu = xy$ yleinen ratkaisu. (Kääntöpuolella on kopio kirjan aukeamasta, josta saattaa olla hyötyä.)