

MAT-20501 Todennäköisyyslaskenta

Tentti (22.7.2013) (Major László)

Kirjoita kaikkiin papereihin nimesi, opiskelijanumerosi. Voit kirjoittaa samalle sivulle useitakin tehtäviä, näin säästämme luontoa. Laskin on sallittu. Tentissä saa käyttää apuna opintomonistetta Todennäköisyyslaskenta (Perttula, Vattulainen, Suurhasko). Muuta materiaalia ei sallita käytettävän.

1) Bussissa on 10 numeroitua istumapaikkaa. a) Kuinka monella eri tavalla 7 matkustajaa voi istua tässä bussissa (kukaan ei istu jonkun toisen syliin)?

b) Millä todennäköisyydellä istumapaikat 1. ja 2. jäävät vapaaksi jos matkustajat satunnaisesti valitsevat istumapaikan?

2) Kolmesta laatikosta satunnaisesti valitaan yksi. Ensimmäisessä ja toisessa laatikossa on yksi valkoinen ja kaksi punaista palloa (kummassakin), kolmannessa taas on yksi valkoinen pallo ja vähintään kaksi punaista palloa. Valitusta laatikosta satunnaisesti nostetaan kaksi palloa. Molemmat nostetut pallot ovat punaisia. Osoita, että sen tapahtuman todennäköisyys, että pallot on nostettu kolmannesta laatikosta on vähemmän kuin 60%.

3) Laatikossa on 1 musta, 2 valkoista ja 3 punaista palloa. Satunnaisesti nostetaan 3 palloa laatikosta. Olkoot X nostettujen valkoisten pallojen lukumäärä ja Y nostettujen punaisten pallojen lukumäärä. Muodosta satunnaisvektorin (X, Y) arvojoukko $\Omega_{X,Y}$. Laske $Cov(X, Y)$.

4) Olkoon satunnaisvektorin (X, Y) tiheysfunktio

$$f(x, y) = (3xy)^2, \text{ kun } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$$

Laske todennäköisyys $P(X \leq \frac{1}{2}, Y \leq \frac{1}{2})$. Laske $Cov(X, Y)$. Ovatko X ja Y riippumattomia?