

MAT-20501 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 2.3.2010

- Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.
 - Funktiolaskin sallittu.
 - Merkitse paperiisi: *Periodi 1*, *Periodi 2* tai *Periodi 3*, jos olet tänä lukuvuonna suorittanut laskuharjoituspaketin kyseisessä periodissa. Näin bonuspisteet tulevat huomioonotetuksi.
-

1. a) Herra A:lla on taskussaan 5 avainta, joista vain yksi sopii kotioveen. Kotiin tullessaan hän ottaa taskustaan jonkun avaimen ja kokeilee sitä. Jos avain ei ole oikea, hän ottaa seuraavan avaimen ja kokeilee sitä. Näin hän käy läpi avaimia, kunnes ovi aukeaa. Kun satunnaismuuttuja $X =$ "se kokeilukerta, jolloin ovi aukeaa", niin mikä on tiheysfunktio $f(x)$, odotusarvo $E(X)$ ja varianssi $\text{Var}(X)$.

b) Laatikossa on 5 kenkäparia. Näiden 10 kengän joukosta valitaan satunnaisesti 4 kenkää. Millä todennäköisyydellä saadaan 2 kenkäparia, eli kaksi oikean ja kaksi vasemman jalan kenkää.

2. Arpajaisissa joka kymmenes arpa voittaa 20 €. Arvan hinta on 2 €. Henkilö ostaa arpoja 100 €:lla. Millä todennäköisyydellä näiden arpojen voittosumma on vähintään 100 €. Laske tarkka arvo ja Poisson-approksimaatiolla saatu arvo.

3. Suomessa miesten pituus senteissä X ja naisten pituus Y noudattavat jakaumia

$$X \sim N(179, 49), \quad Y \sim N(165, 36)$$

Erään suuren lukion vanhojentanssiparit arvottiin.

a) Millä todennäköisyydellä eräs 160cm pitkä poika sai itseään pidemmän tytön tanssiparikseen?

b) Millä todennäköisyydellä tyttö on pidempi kuin poika satunnaisesti valitussa parissa?

4. Satunnaisvektorin (X, Y) tiheysfunktio on

$$f(x, y) = x + y, \quad \text{kun } 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

a) Laske $P(X + Y \geq 1)$

b) Laske $E(X + Y)$.

c) Ovatko X ja Y riippumattomia?