

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Jokaiseen paperiin nimi ja opiskelijanumero.

1. Olkoon T -jaksoisella funktiolla $f(t)$ Fourier-sarja

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t),$$

missä $\omega = 2\pi/T$ ja missä kertoimet ovat toistaiseksi tuntemattomia. Johda eli päättele seuraavasti: integroi yhtälö

$$f(t) \sin(2\omega t) = \frac{1}{2} a_0 \sin(2\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) \sin(2\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \sin(2\omega t))$$

puolittain $\int_{-T/2}^{T/2} \dots dt$ ja oletta, että yhtälön oikea puoli saadaan integroida

yhteenlaskettava kerrallaan. Päättele jokaiselle oikean puolen integraalille arvo hyödyntäen integroitavan parittomuus ja tieto

$$2 \sin(a) \sin(b) = \cos(a-b) - \cos(a+b).$$

(Yhdelle sarjan kertoimista pitäisi näin syntyä laskukaava.)

2. Laske funktion Fourier-sarjan kompleksiversiolla kaikki kertoimet

$$c_n = \frac{1}{T} \int_d^{d+T} f(t) e^{-jn\omega t} dt = \frac{1}{T} \left(\int_d^{d+T} f(t) \cos(n\omega t) dt - j \int_d^{d+T} f(t) \sin(n\omega t) dt \right)$$

kun $f(t) = |\cos(t)|$. Muodosta lopuksi funktion kompleksinen Fourier-sarja

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}.$$

Vihje 1: Hahmottele funktion kuvaajaa ja päättele sen avulla T sekä ω .

Vihje 2: Integroitava parillinen tai pariton ja reaalinen.

Vihje 3: $2 \cos(a) \cos(b) = \cos(a-b) + \cos(a+b)$.

Vihje 4: $\sin(x \pm y) = \sin(x) \cos(y) \pm \cos(x) \sin(y)$

Käännä!