

MAT-20450 FOURIER'N MENETELMÄT
TENTTI 30.11.2005

1. Funktio $f(t)$ on määritelty seuraavasti : $f(t) = \begin{cases} 2, & -2 < t < 0 \\ 1, & 0 < t < 2 \end{cases}$, $f(t+4) = f(t)$.
- a) Hahmottele funktion $f(t)$ kuvaaja välillä $(-6, 6)$.
 b) Määritä funktion $f(t)$ Fourier-sarja.

2. Tarkastellaan 2π -jaksoista funktiota $f(t) = t \cos t$, $-\pi < t < \pi$, $f(t+2\pi) = f(t)$, jonka Fourier-sarja on annettu : $f(t) = -\frac{1}{2} \sin t + 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 - 1} \sin(nt)$.
 Muodosta funktion $g(t) = t \sin t$, $-\pi < t < \pi$, $g(t+2\pi) = g(t)$ Fourier-sarja integroimalla $f(t)$:n Fourier-sarja termeittäin.
 Mikä on $g(t)$:n Fourier-sarjan summa pisteessä $t=0$?

3. Sovella tehtävän 2 funktion $f(t) = t \cos t$, $-\pi < t < \pi$, $f(t+2\pi) = f(t)$ Parsevalin lausetta muodossa $\frac{1}{T} \int_d^{d+T} (f(t))^2 dt = \frac{a_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$.
 Minkä arvon saat tällöin sarjan $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k^2}{(k^2 - 1)^2}$ summalle?

4. Totea laskemalla , että funktion $f(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$ Fourier-muunnos on $F(j\omega) = 2 \operatorname{sinc}(\omega)$. Etsi tätä hyväksikäyttäen funktion $k(t) = f(t) - \frac{1}{2}f(2t)$ Fourier-muunnos. Piirrä funktion $k(t) = f(t) - \frac{1}{2}f(2t)$ kuvaaja.

