3. Tunnetaan Fourier-muunnos $F(\mathrm{j}\omega) = 2AT\mathrm{sinc}(\omega T)$ tasapulssille

$$f(t) = \begin{cases} A & (|t| \le T) \\ 0 & (\text{muulloin}) \end{cases}$$

a) Johda Fourier-muunnos kaksoistasapulssille

$$g(t) = \begin{cases} A & (\tau - T \le |t| \le \tau + T) \\ 0 & (\text{muulloin}) \end{cases} \qquad (0 < T \le \tau)$$

käyttäen aikasiirto-ominaisuutta ja lineaarisuutta.

b) Sievennä **a**-kohdan vastauksesi tasapulssin muunnokseksi, kun $\tau = T$. (Kijoita välivaiheet näkyviin. Pelkkä kuvasta katsottu vastaus ei tuo yhtään pistettä.)

Vihje tehtävästä 1 toisin: $2\cos(a)\sin(b) = \sin(a+b) - \sin(a-b)$.

Ominaisuuksia: Jos $\mathcal{F}\{f(t)\} = F(\mathrm{j}\omega)$, niin $\mathcal{F}\{f(t-\tau)\} = e^{-\mathrm{j}\omega\tau}F(\mathrm{j}\omega)$ ja $\mathcal{F}\{e^{\mathrm{j}at}f(t)\} = F(\mathrm{j}(\omega-a))$ ja $\mathcal{F}\{F(\mathrm{j}t)\} = 2\pi f(-\omega)$.

4 a) Tehtävän **3** tasapulssin $f(t)$ esitys Fourier-integraalina

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} e^{\mathrm{j}\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-\mathrm{j}\omega\tau}\, d\tau \right] d\omega$$

sievenee, kun sisempi integraali korvataan tunnetulla pulssin Fourier-muunnoksella. Tee tämä sievennys!

b) Edellä saadun integraalin <u>likiarvo</u>

$$f(t) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \ldots\, d\omega$$

sievenee vielä lisää. Tee tämä sievennys mahdollisimman pitkälle! (Saatavaa integraalia ei tarvitse yrittää laskea.)

Vihje: Parillisuus ja parittomuus ja origokeskinen väli.