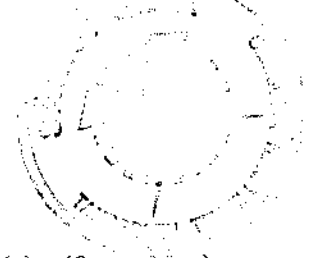


- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Jokaiseen paperiin nimi ja opiskelijanumero.



1. Hahmottele π -jaksoiseksi jatkettun funktion $f(t) = \cos(t)$ ($0 \leq t < \pi$) kuvaajaa. Laske funktion $f(t)$ (jatketun version) parittomuutta hyödyntäen sen Fourier-sarjan kompleksiversiolle kaikki kertoimet

$$c_n = \frac{1}{T} \left(\int_d^{d+T} f(t) \cos(n\omega t) dt - j \int_d^{d+T} f(t) \sin(n\omega t) dt \right)$$

ja muodosta lopuksi funktion kompleksinen Fourier-sarja

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}$$

Vihje: $2 \cos(t) \sin(mt) = \sin(m-1)t + \sin(m+1)t$.

2. Funktiolle $g(t) = \sin(t)$ ($-\pi/2 \leq t < \pi/2$) jatkettuna π -jaksoiseksi tunnetaan kompleksinen Fourier-sarja

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{j4n}{\pi} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1} e^{j2nt}$$

a) Muodosta tästä funktion $g(t)$ Fourier-sarjan trigonometrinen versio

$$g(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))$$

missä

$$\frac{1}{2} a_0 = c_0, \quad a_n = c_n + c_n^*, \quad b_n = j(c_n - c_n^*) \quad (n \geq 1)$$

b) Olisiko funktion $g(t)$ Fourier-sarjasta termeittäin derivoimalla saatava sarja (jos se muodostettaisiin) derivaatan $g'(t)$ Fourier-sarja? Perustele.

Käännä!