3 a) Kolmiopulssin esitys Fourier-integraalina

$$f(t)=\begin{cases} t+1 & (-1\le t\le 0)\\ -t+1 & (0\le t\le 1)\\ 0 & (\text{muulloin})\end{cases} \quad = \quad \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)e^{-\mathrm{j}\omega\tau}\,d\tau\right]e^{\mathrm{j}\omega t}\,d\omega$$

sievenee, kun sisempi integraali korvataan valmiiksi lasketulla pulssin Fourier-muunnoksella $F(\mathrm{j}\omega)=\mathrm{sinc}^2(\omega/2)$. Tee tämä sievennys!

b) Edellä saadun integraalin <u>likiarvo</u>

$$f(t)\approx\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_0}^{\omega_0}\ldots\,d\omega$$

sievenee vielä lisää. Tee tämä sievennys mahdollisimman pitkälle! (Saatavaa integraalia ei tarvitse yrittää laskea.)

Vihje: Parillisuus ja parittomuus ja origokeskinen väli.

4. Olkoon $\mathcal{F}\{f(t)\}=F(\mathrm{j}\omega)$. Päättele Fourier-muunnos funktiolle

$$f(t)\cos(\omega_0 t)\sin(\omega_0 t)$$

seuraavasti: esitä trigonometriset funktiot eksponenttifunktion avulla, käytä lineaarisuutta ja taajuussiirto-ominaisuutta (yksi alla luetelluista).

Tiedetään, että $\quad e^{\mathrm{j}x}=\cos x+\mathrm{j}\sin x,$

joten $\quad e^{-\mathrm{j}x}=\cos x-\mathrm{j}\sin x \quad$ *ja* $\quad e^{\mathrm{j}x}+e^{-\mathrm{j}x}=2\cos x \quad$ *ja* $\quad e^{\mathrm{j}x}-e^{-\mathrm{j}x}=2\mathrm{j}\sin x.$

Ominaisuuksia: Jos $\mathcal{F}\{f(t)\}=F(\mathrm{j}\omega)$, niin $\mathcal{F}\{f(t-\tau)\}=e^{-\mathrm{j}\omega\tau}F(\mathrm{j}\omega)$ ja $\mathcal{F}\{e^{\mathrm{j}at}f(t)\}=F(\mathrm{j}(\omega-a))$ ja $\mathcal{F}\{F(\mathrm{j}t)\}=2\pi f(-\omega)$.