

4. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 3} \quad \text{ja} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \\ -3 & 14 \\ 1 & 6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5 \times 2}.$$

Tiedetään, että

$$\text{rref}([A \mid B]) = \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Haluamme löytää sellaisen matriisin $X \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$, että $AX = B$.

Onko ratkaisua olemassa? Jos sellainen matriisi löytyy, niin onko se yksikäsitteinen? Jos probleemalla on ratkaisu, kirjoita yksi ratkaisu näkyviin. **Perustele ratkaisusi.**

Vihje. Kirjoita $X = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]$ ja edelleen $AX = [A\mathbf{x}_1 \ A\mathbf{x}_2]$.