



1. Olkoon

$$A = [\mathbf{a}_1 \ \cdots \ \mathbf{a}_5] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 3 & 3 & -1 & -4 \\ 2 & 6 & -4 & -7 & -3 \\ 3 & 9 & 1 & -7 & -8 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 5},$$

jolloin

$$\text{rref}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Etsi aliavaruudelle $\mathcal{R}(A)$ kanta.
- Onko joukko $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$ lineaarisesti riippumaton.
- Kirjoita yhtälöryhmän $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ yleinen ratkaisu.

Perustele ratkaisusi.

2. On annettu matriisi $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Tehtävänäsi on tutkia, onko A ei-singulaarinen. Selitä miten ratkaiset probleeman, kun on annettu

- $\text{rref}(A)$,
- nolla-avaruus $\mathcal{N}(A)$,
- kuva-avaruuden $\mathcal{R}(A)$ kanta,
- $\text{rank}(A)$,
- $\det(A)$,
- A :n ominaisarvot.

3. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- Muodosta A :n karakteristinen polynomi.
- Totea, että A :lla on yksi reaalinen ja kaksi kompleksista ominaisarvoa.
- Olkoon λ saatu reaalinen ominaisarvo. Hae kanta ominaisavaruudelle \mathbb{E}_λ .