

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 29.11.2016 / Kimmo Vattulainen

- Funktiolaskin sallittu
 - Palauta kaavakokoelma
-

1.a) Korissa A on 2 arpa, jotka molemmat ovat voittoarpaja. Korissa B on 4 ei-voittoarpaa ja korissa C on 2 voittoarpaa ja 2 ei-voittoarpaa. Jos valitaan ensin satunnaisesti yksi kori ja sitten tästä korista satunnaisesti yksi arpa, niin millä todennäköisyydellä tämä arpa voittaa? Entä jos kaikki arvat laitettaisiin yhteen koriin ja valittaisiin tästä korista yksi arpa, niin paraisiko voittotodennäköisyys?

b) Tiedetään, että $P(A) = 0.60$, $P(B | A) = 0.40$ ja $P(B | \bar{A}) = 0.50$. Laske $P(A \cup B)$. Voivatko A ja B olla riippumattomia tapahtumia?

2. Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on muotoa $f(x) = cx$, missä c on vakio. Tapahtumat A ja B määritellään: $A = \{X \in \Omega \mid X \geq 2\}$ ja $B = \{X \in \Omega \mid X < 3\}$.

Määritä luku c ja laske ehdollinen todennäköisyys $P(A | B)$, kun

a) X on diskreetti otosavaruutenaan $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$.

b) X on jatkuva otosavaruutenaan $\Omega = [1, 4]$.

3. a) Arpajaisissa arvan hinta on 2.5€. Joka viides arpa voittaa 10€. Henkilö ostaa arpoja 20 eurolla. Millä todennäköisyydellä hänen arpojensa voittosumma on vähintään 20€.

b) Toinen henkilö ostaa arpoja 200 eurolla. Millä todennäköisyydellä hän saa omansa takaisin eli voittaa vähintään 200€. Käytä laskemisessa normaaliapproksimaatiota.

4. Suunnistusreitin pituus kartalla on 4 km. Maaston esteistä, reittivalinnoista ym. johdun suunnistajan kulkema todellinen matka on satunnaismuuttuja X (km) ja hänen keskinopeutensa on satunnaismuuttuja Y (km/h). Näiden riippumattomien satunnaismuuttujien tiheysfunktiot ja otosavaruudet ovat

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - 4), \quad x \in \Omega_x = [4, 6], \quad g(y) = \frac{1}{6}y, \quad y \in \Omega_y = [2, 4]$$

a) Kuinka suuri osa suunnistajista pääsee perille alle kahdessa tunnissa?

b) Kuinka kauan keskimäärin suunnistajalta menee reitillä?