

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta. Tentti 27.2.2018. Antti Vuorimäki

Sallitut välineet: Laskin luettelosta <http://www.tut.fi/~paavi/laskinohjeet.pdf>.

Liitteet: Tämän kysymyspaperin liitteenä jaetaan kokoelma kaavoja ja taulukoita.

Vastausohje: Laskutoimitukset on perusteltava. Kaavat on esitettävä symbolisessa muodossa ennen arvojen sijoittamista, mutta myös sijoitusten on näyttävä eikä pelkästään laskimesta saadun tuloksen. Käytä luonnosteluun erillistä suttupaperia, jotta varsinaisesta vastauksestasi tulee siisti. Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi jokaisen vastauspaperin yläosaan.

Arvostelu: Kukin tehtävä arvostellaan pistein 0...6. Tehtävien alakohdat (a, b, jne.) ovat keskenään tasa-arvoisia, ellei tehtävänannossa toisin mainita. Tehtävien malliratkaisut ja tenttiin osallistuneiden tehtäväkohtaiset pisteet julkaistaan toteutuskerran Moodle-sivulla korjaamisen valmistuttua.

1. Tuotteita on kaikkiaan kymmenen ja niistä tarkalleen kolme on viallisia. Näistä kymmenestä valitaan palauttamatta viiden kappaleen otos. Mikäli tämä otos sisältää viallisia tuotteita, millä todennäköisyydellä se sisältää kaikki kolme viallista tuotetta?

2. Tulitikkurasiassa on keskimäärin 45 tulitikkua varianssin ollessa 5. Halutaan arvio todennäköisyydelle, että satunnaisesti valitussa rasiassa on vähintään 41 mutta enintään 49 tulitikkua. a) Voitko saada Tsebyševin epäyhtälön avulla tälle todennäköisyydelle pelkästään alarajan, pelkästään ylärajan vai molemmat rajat? (2 p.) b) Arvioi kysymyksessä olevaa todennäköisyyttä Tsebyševin epäyhtälön avulla mahdollisimman tarkasti. (4 p.)

3. Satunnaisvektorin (X,Y) tiheysfunktio on $f(x,y) = 3x$, kun $0 < y < x < 1$.

a) Laske marginaalijakaumien tiheysfunktiot.

b) Laske ehdollinen todennäköisyys $P\left(X \geq \frac{1}{2} \mid Y \geq \frac{1}{3}\right)$.

4. Noppaa on heitetty 100 kertaa ja tulosten summaksi on saatu 377. Tutki keskeisen raja-arvolauseen avulla, yksisuuntaisesti 5 %:n merkitsevyystasolla, onko noppa kunnollinen siinä mielessä, että se antaa keskimäärin oikeita tuloksia. Kunnollinen vai ei?