

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta / Hirvonen

Tentti 10.03.2015

Ei kirjallista materiaalia. Funktiolaskin sallitaan. Kaavakokoelma erillisellä paperilla.

Esitä tehtävien 1 ja 2 ratkaisut yhdellä konseptilla ja tehtävien 3 ja 4 toisella.

Konseptit kerätään erillisiin pinoihin.

- (a) Neljän miehen ja kahden naisen ryhmä menee elokuviin. He ostavat teatterissa liput riville, jolla on täsmälleen kuusi paikkaa. Jokaisella on oma paikkanumeroitu lippu, mutta silti he istuvat riville satunnaisessa järjestyksessä. Millä todennäköisyydellä

  - rivin oikeasta laidasta katsottuna toisella paikalla istuu nainen?
  - rivin molemmissa päädyissä istuu mies?
  - ryhmästä vähintään 2 istuu muulla kuin lippunsa paikkanumeron mukaisella paikalla?

(b) Ukkapelissä asetetaan panos ja heitetään kolmea noppaa. Jos noppien silmäluvuissa ei ole ykkösiä, menettää panoksensa. Jos taas ykkösten määrä on  $n > 0$ , palauteaan panos  $(n + 1)$ -kertaisena. Esim. kun on asettanut panoksen 5€ ja heittää 2 ykköstä, niin saa takaisin  $(2 + 1) \cdot 5 = 15$ € eli voitto on 10€. Laske odotusarvo voitettulle/menetyille rahasummalle yhden heittokierroksen jälkeen panoksella 1€.
- Eräänä päivänä kaupungilla ajaa 10000 autoa, joista viidesosa sinisiä. Oletetaan, että auto-onnettomuuden todennäköisyys kyseisenä päivänä on 0.2%. Laske (a) tarkka arvo ja (b) Poisson-approksimaatio todennäköisyydelle, että korkeintaan kolme sinistä autoa joutuu onnettomuuteen kyseisenä päivänä.

Esitä tehtävien 1 ja 2 ratkaisut yhdellä konseptilla ja tehtävien 3 ja 4 toisella.

- Satunnaisvektorin  $(X, Y)$  tiheysfunktio on  $f(x, y) = cx^2y$ , missä  $0 < y < x < 1$ .

  - Etsi vakio  $c$ .
  - Laske todennäköisyys tapahtumalle  $X \leq 2Y$ .
  - Ovatko satunnaismuuttuja  $X$  ja  $Y$  riippumattomia?
- Erään lentoyhtiön eri matkustajien matkatavaroiden painot ovat toisistaan riippumattomia. Yhden matkustajan matkatavaroiden paino (kiloina) on satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{3x^2}{8000}, \quad 0 \leq x \leq 20.$$

Arvioi keskeisen raja-arvolauseen mukaisesti todennäköisyyttä, että sadan matkustajan matkatavarat painavat vähintään 1700 kg.

**Muistathan antaa palautetta Kaiku-järjestelmän kautta saadaksesi opintosuorituksen.**