

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta. Tentti 9.4.2018. Antti Vuorimäki

Sallitut välineet: Laskin luettelosta <http://www.tut.fi/~paavi/laskinohjeet.pdf>.

Liitteet: Tämän kysymyspaperin liitteenä jaetaan kokoelma kaavoja ja taulukoita.

Vastausohje: Laskutoimitukset on perusteltava. Kaavat on esitettävä symbolisessa muodossa ennen arvojen sijoittamista, mutta myös sijoitusten on näyttävä eikä pelkää laskimesta saadun tuloksen. Käytä suttupaperia, jotta varsinaisesta vastauksestasi tulee siisti. Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi jokaisen vastauspaperin yläosaan.

Arvostelu: Kukin tehtävä arvostellaan pistein 0...6. Tehtävien alakohdat (a, b, jne.) ovat keskenään tasa-arvoisia, ellei toisin mainita. Malliratkaisut ja osallistuneiden tehtäväkohtaiset pisteet julkaistaan kurssin Moodle-sivulla korjaamisen valmistuttua.

1. Olkoot A ja B saman otosavaruuden Ω riippumattomia tapahtumia ja $A \cup B = \Omega$. Lisäksi tiedetään, että noiden tapahtuminen todennäköisyyksien suhde $P(A) : P(B) = 3 : 2$. Laske todennäköisyys $P(B)$.

2. Henkilön tulee olla 60 minuutin päästä töissä. Hänellä on kolme eri matkustustapaa A , B ja C . Millä tavalla matkustaen henkilö ehtii suurimmalla todennäköisyydellä ajoissa töihin? Muut matkaan kuuluvat ajat (kävelyajat pysäkille tai taksiasemalle ym.) sisältyvät ilmoitettuihin aikoihin.

Tapa A: Bussi kulkee säännöllisesti 30 minuutin välein, mutta henkilö ei tiedä aikataulua. Bussimatka kestää 35 minuuttia.

Tapa B: Taksiasemalle tulee keskimäärin kolme taksia tunnissa, ja saapuvien taksien lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa. Taksimatkasta kestää 25 minuuttia.

Tapa C: Kävelen matka kestää keskimäärin 50 minuuttia, mutta olosuhteista johtuen aika vaihtelee, varianssin ollessa 100. Kävely aika oletetaan normaalisti jakautuneeksi.

3. Talossa on järjestelmä, joka asukkaiden ollessa poissa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon X valojen syttymisaika ja Y sammumis aika. Ajat lasketaan joka tunnin alusta, jolloin alkaa uusi jakso. Systemi on suunniteltu niin, että (X, Y) noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x, y) = 8xy, 0 < x < y < 1.$$

a) Laske todennäköisyys, että valot syttyvät puolen tunnin kuluessa ja sammuvat sitten vartin sisällä.

b) Millä todennäköisyydellä valot palavat yhdellä kertaa ainakin puoli tuntia?

4. Erään satunnaismuuttujan tiedetään noudattavan normaalijakaumaa tietyllä varianssilla, mutta 15 alkion otoksen otosvarienssin huomattiin olevan vain puolet tuosta varianssista. Tutki 10 %:n merkitsevyydellä, onko tämä tavallista, ja vastaa tutkimukseksi perusteella "kyllä on tavallista" tai "ei ole tavallista".