

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 5.3.2014 / Kimmo Vattulainen

- Vastaa jokainen tehtävä eri konseptille.
 - Funktiolaskin sallittu.
-

1. Henkilöt A, B ja C aikovat viettää peli-illan. He tulevat paikalle toisistaan riippumattomasti siten, että A :n saapumistodennäköisyys on 0.50, B :n 0.60 ja C :n 0.80.

- Millä todennäköisyydellä peli-ilta onnistuu eli vähintään kaksi henkilöä tulee paikalle?
- Huoneessa on valot, joten ainakin joku on tullut paikalle. Millä todennäköisyydellä B on paikalla?
- Neljäs henkilö D sanoo tulevansa mukaan todennäköisyydellä 0.70, jos kaikki muutkin tulevat. Muulloin D tulee todennäköisyydellä 0.40. Millä todennäköisyydellä D tulee paikalle?

2. Henkilön tuli olla 60 minuutin päästä töissä. Hänellä on 3 eri matkustustapaa A, B ja C . Millä tavalla matkustaen henkilö ehtii suurimmalla todennäköisyydellä ajoissa töihin? Muut matkaan kuuluvat ajat (kävelyajat pysäkille ym.) sisältyvät ilmoitettuihin aikoihin.

Tapa A: Bussi kulkee säännöllisesti 30 minuutin välein, mutta henkilö ei tiedä aikataulua. Bussimatka kestää 35 minuuttia.

Tapa B: Taksiasemalle tulee keskimäärin 4 taksia tunnissa. Saapuvien taksien lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa. Taksimatkka kestää 30 minuuttia.

Tapa C: Kävelen matka kestää keskimäärin 50 minuuttia, mutta olosuhteista johtuen aika vaihtelee, varianssin ollessa 100. Kävely aika oletetaan normaalisti jakautuneeksi.

3. Laske odotusarvo $E(X^2)$ ja todennäköisyys $P(X^2 > 4)$, kun

- X noudattaa diskreettiä jakaumaa, jonka tiheysfunktio $f(x) = \frac{x}{10}$, $x \in \Omega = \{1, 2, 3, 4\}$
- $X \sim \text{Bin}(3, 0.4)$
- X noudattaa jatkuvaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio $f(x) = \frac{2x}{15}$, $x \in \Omega = [1, 4]$
- $X \sim N(2, 9)$

4. Sähköyhtiö myy pörssisähköä, jolloin sähkön hinta vaihtelee päivittäin ja on kiinteän hintainen aina yhden vuorokauden ajan. Kuluttaja on todennut pörssisähkön hinnan X (euroa/100 kWh) noudattavan jakaumaa

$$f(x) = \frac{3}{98}x^2, \quad x \in \Omega_X = [3, 5]$$

Kuluttajan oman vuorokausikulutuksen Y (100 kWh/vrk) jakauma on

$$g(y) = \frac{2}{3}y, \quad y \in \Omega_Y = [1, 2]$$

Oletetaan, että kulutus on riippumaton sähkön hinnasta.

- Mikä on yhden vuorokauden kulutuksen hinnan odotusarvo?
- Keskimäärin kuinka monena päivänä vuodessa (365 päivää) vuorokauden kulutus maksaa 6.00 euroa tai enemmän?