

Tentti 31.1.2018, tentaattori Jouko Nieminen.

Kirjoitusvälineiden lisäksi on sallittu funktiolaskin ja A4-kokoinen kaavakokoelma/lunttilappu jota ei tarvitse palauttaa. Paperin molemmilla puolilla saa olla merkintöjä.

Huom. Kokonaisarvosana määräytyy tehtävistä 1.-4. (max 28p) ja palautustehtävistä (max 12p). Jos et ole tehnyt palautustehtäviä tai haluat korvata ne tentin yhteydessä tehtävällä laajemmalla tehtävällä, voit tehdä myös kääntöpuolen tehtävän 5. (max 12p)

1. (a) Mikä on *de Broglie*-aallonpituus? Anna esimerkkejä. (1p)  
 (b) Miksi lasi on näkyvälle valolle läpinäkyvää ja mitä se kertoo lasin vyörakenteesta (1p)?  
 (c) Minkä kahden fysikaalisen suureen suhdetta Reynoldsin luku kuvaa? Mitä Reynoldsin luvun arvo kertoo fluidin virtauksen luonteesta? (2p)  
 (d) Resonaansitaajuus ja laatukerroin. Anna esimerkki sovelluksesta nanomekaniikassa. (2p) (e) Selitä mikä on Quantum confinement (kvanttiaresti, kvanttivankeus) (1p). **(yhteensä 7p)**

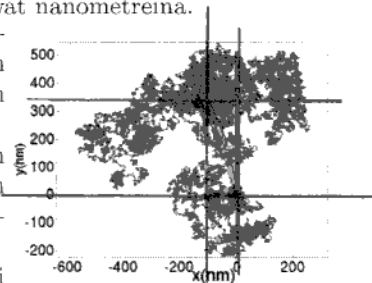
2. Elastista liuskaa ("cantilever") voidaan mallintaa jousivakiolla  $k = 80 \text{ N/m}$  ja efektiivisellä massalla  $m = 7.68 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$ . Laatukerroin on  $Q = 4.0$ . (a) Määritä liuskan luonnollinen (vaimentamaton) värähtelytaajuus  $f_0$ . (2p) (b) Määritä liuskan vaimennuskerroin  $b$  ja vaimennuksen aikavakio  $\eta$ . (2p) (c) Jos liuska pakotetaan värähtelemään ajavalla voimalla, jonka amplitudi on  $F_0 = 200 \text{ nN}$ , piirrä liuskan värähtelyamplitudi  $A$  ajavan voiman taajuuden  $f_{\text{drive}}$  funktiona. Merkitse kuvaajaan liuskan värähtelytaajuus  $f_0$  ja arvioi kuvasta kaistanleveyttä  $\Delta f$ . Määritä näistä arvio  $Q$ -tekijälle, ja vertaa tehtävän johdannossa annettuun lukuun. (3p)

3. Oheinen kuva esittää nanohiukkasen muodostamaa Brownin liikkeen mukaista polkua sen diffundoituessa vedessä. Hiukkasen lähtöpaikka on origossa ja mita-asteikot ovat nanometreina.

(a) Arvioi kuvasta esim. viivottimella hiukkasen neliöllinen keski-  
 poikkeama  $\sigma = \sqrt{\langle (x - x_0)^2 \rangle}$  sen lähtöpaikasta. Jos kuvan reitin  
 muodostumiseen on kulunut aikaa  $\Delta t = 1.0 \text{ ms}$ , arvioi tästä hiukkasen  
 diffuusiovakiota. (3p)

(b) Einsteinin teoria Brownin liikkeestä liittyy diffuusiovakion  $D$  termisen  
 energian  $k_B T$  hiukkasen säteeseen  $r$  ja ympäröivän nesteen viskositeettiin  
 $\mu$ . (a)-kohdan tuloksen avulla sekä Einsteinin teorian avulla arvioi kyseisen  
 nanohiukkasen kokoa. (4p)

Oleta veden lämpötilaksi  $20^\circ \text{C}$  ja dynaamiseksi viskositeetiksi  
 $\eta = 1.00 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ . Lisävihje löytyy muualta tehtäväpaperista.



Tehtävän 3. kuva.

**(yhteensä 7p)**

4. *Skaalaustehtäviä*. Huomaa, että sekaannuksen välttämiseksi tehtävässä käytetään merkintöjä  $d$  on karakteristinen koko, esim. halkaisija, ja  $D$  on diffuusiovakio.

(a) Suhteessa karakteristiseen kokoon  $d$  (esim. halkaisija), miten skaalautuu pallon muotoisen nanopartikkelin pinta-atomien lukumäärä suhteessa partikkelin kokonaisatomimäärään? (1p) (b) Jos nanohiukkasen varaustiheys  $\rho$  ja ulkoinen sähkökenttä ovat vakioita, miten skaalautuu kappaleeseen vaikuttava sähköstaattinen voima? (2p)

(c) Reynoldsin luku on hitausvoiman ja viskoosin voiman suhde. Tästä fysikaalisesta tulkinnasta lähtien, tarkastele jokaisen vaikuttavan suureen dimensiota ja perustele skaalausargumentein Reynoldsin luvun lauseke:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu},$$

missä  $d$  on kappaleen halkaisija tai virtauskanavan läpimitta. (2p)

(d) Miten skaalautuu ilmassa putoavan hiukkasen putoamisaika, kun hiukkanen on saavuttanut rajanopeutensa? (2p)

**(yhteensä 7p)**

**Kääntöpuolella palautustehtävät korvaava tehtävä.**

5. (Palautustehtävien paikkaustehtävä, 12p) Yhden elektronin transistoriksi (SET) kytketyn kvanttipisteen Coulombin repulsiosta johtuva vuorovaikutus energia on

$$E_C = \frac{Q^2}{2C},$$

missä  $Q$  on kvanttipisteen varaus ja  $C$  on sen kapasitanssi. Läpi kulkevaa virtaa säädetään porttijännitteellä  $V_g$ , ja tämä tuo kvanttipisteen energiaan vaikutuksen

$$E_g = QV_g.$$

(a) Osoita, että jos SETissä on aluksi  $N$  elektronia ja siihen tuodaan yksi lisää, tarvittava energiamäärä on

$$\Delta E = E_{N+1} - E_N = -eV_g + (2N + 1) \frac{e^2}{2C}. \quad (3p)$$

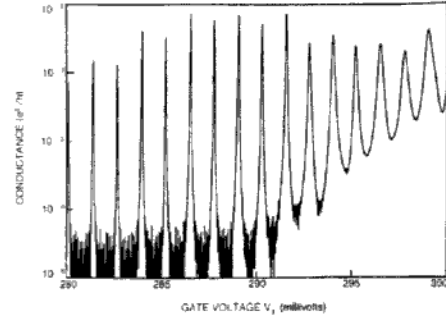
(b) Edellisen perusteella, järkeile, miksi virta kulkee kvanttipisteen läpi seuraavilla porttijännitteillä

$$V_g = \left(N + \frac{1}{2}\right) \frac{e}{C}.$$

(3p) (c) Tarkastele oheista kuvaa SET:ksi kytketyn kvanttipisteen johtavuudesta porttijännitteen funktiona. Selitä miksi konduktanssi on piikittynyt oheisen kuvan tavoin? (2p)

(d) Päättelä kuvasta, mikä on kvanttipisteen kapasitanssi  $C$ . (2p)

(e) Mallinna kvanttipistettä pallokondensaattorina ja anna tämän perusteella suuruusluokka-arvio kvanttipisteen halkaisijasta. (2p)



**Kenties** tarvitsemiasi vakioita:

Veden viskositeetti  $\mu = 0.89 \times 10^{-3} Pa \cdot s$ , veden tiheys  $\rho = 1.0 \times 10^3 kg/m^3$ ,

Boltzmannin vakio  $k_B = 1.381 \times 10^{-23} J/K = 8.617 \times 10^{-5} eV/K$ , alkeisvaraus  $e = 1.602 \times 10^{-19} C$ , tyhjän permittiivisyys  $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} F/m$ ,

Planckin vakio  $h = 6.626 \times 10^{-34} Js = 4.136 \times 10^{-15} eVs$ , redusoitu Planckin vakio  $\hbar = 1,054 \times 10^{-34} Js$ , Avogadron luku  $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ , Yleinen kaasuvakio  $R = 8.315 J/mol \cdot K$ , valon nopeus  $c = 2.998 \times 10^8 m/s$ , gravitaatiovakio  $G = 6.673 \times 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2$ , elektronin massa  $m_e = 9.109 \times 10^{-31} kg$ , protonin massa  $m_p = 1.673 \times 10^{-27} kg$ .

$1u = 1.66 \times 10^{-27} kg$ . Elektronivoltti:  $1eV = 1.602 \times 10^{-19} J$ .