

ENER-4040 KITKALLINEN VIRTAUS
Tentti 16.5.2007

Tehtävään 1 vastataan ilman luentomonistetta, aikaa 25 min. Loput kysymykset jaetaan kaikille 25 minuutin jälkeen, jolloin kerätään pois ensimmäisen kysymyksen vastaukset. Tehtävissä 2-5 saa käyttää kurssin luentomonistetta (H. Ahlstedt: Kitkallinen virtaus, luentomoniste 1/06 tai aiempi versio). Harjoitustehtäviä ratkaisuihin ja muuta kirjallisuutta ei saa käyttää.

(5 pist./tehtävä)

1. Standardi $k - \varepsilon$ turbulenssimalli muodostuu yhtälöistä:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \underbrace{\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_P - \varepsilon \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3)$$

- Mitä näistä yhtälöistä lasketaan ja miksi?
- Mikä merkitys on yhtälöiden (2) ja (3) eri termeillä?
- Yhtälöissä esiintyy viisi mallivakiota. Miten näiden vakioiden arvot on määritetty?

2. Halkaisijaltaan 3,5 cm, 2,0 m pitkään putkeen virtaa vettä ($t = 20^\circ\text{C}$, $p = 1$ bar). Massavirta putken läpi on 0,05 kg/s. Putken alussa on tasainen nopeusprofiili. Ehtiikö nopeusprofiili kehittyä täysin putken matkalla? Mikä on putken painehäviö? Miten kehittymismatka muuttuu, jos massavirta kasvaa 0,15 kg/s?
3. Vesi ($t = 20^\circ\text{C}$) virtaa pinnan ohi kohdassa, jossa rajakerroksen paksuus on 2 cm ja rajakerroksen ulkopuolinen nopeus on 10 m/s. Paikallinen kitkakerroin on $c_f = 0,002$. Mikä on turbulentin viskositeetin ja sekoituspituuden arvo kohdissa $y = \delta/1000$ ja $y = \delta/20$? (δ on rajakerroksen paksuus). Mikä on turbulentin leikkausjännityksen arvo samoissa kohdissa? Anna myös turbulentin viskositeetin ja sekoituspituuden arvo kohdassa $y = \delta/2$.
4. Clauser (1954) käytti kokeissaan ilmaa $t = 24^\circ\text{C}$ ja $p = 1$ bar. Ensimmäisessä turbulentin rajakerroksen mittauskohdassaan $x = 2,11$ m hän sai seuraavat tulokset:

y [cm]	u [m/s]	y [cm]	u [m/s]
0,254	4,920	2,032	6,974
0,381	5,188	2,286	7,224
0,508	5,346	2,540	7,431
0,635	5,535	3,175	8,080
0,762	5,697	3,810	8,598
1,016	5,974	5,080	9,516
1,270	6,245	6,350	9,836
1,524	6,474	7,620	9,888
1,778	6,715	8,890	9,906 = u_e

Rajakerroksen paksuus oli 8,89 cm ja paikallinen rajakerroksen ulkopuolisen virtauksen nopeusgradientti $du_e/dx \approx -1,06 \text{ s}^{-1}$. Määritä näillä tiedoilla a) leikkausnopeus, b) seinämäleikkausjännitys ja c) Clauserin parametri β .

$$\beta = \frac{\delta^*}{\tau_w} \frac{d p_e}{d x}$$

5. Esitä kuvassa olevan tilanteen turbulentin virtauksen nopeuskentän laskennassa tarvittavat **kaikki** yhtälöt valitsemassasi koordinaatistossa (tensori- tai vektorimuodot eivät anna pisteitä) ja yhtälöiden ratkaisussa tarvittavat reunaehdot käytettäessä standardi $k - \varepsilon$ turbulenssimallia. Voit olettaa tilanteen kaksiulotteiseksi, isotermiseksi ja stationääriksi.

