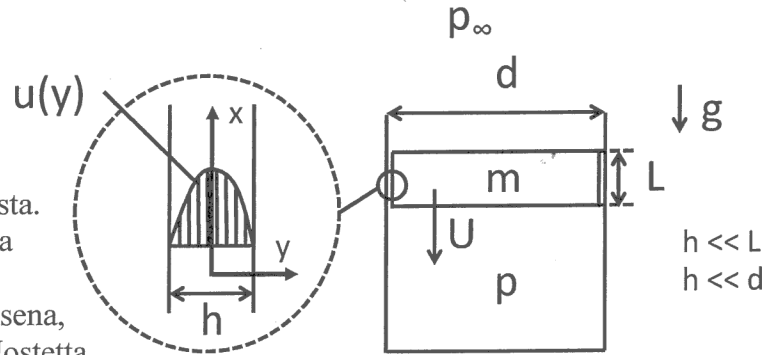


Sallittu kirjallisuus: kaavakokoelma.  
 Palauta jaettu kaavakokoelma tentin jälkeen.  
 Älä tee kaavakokoelmaan merkintöjä.

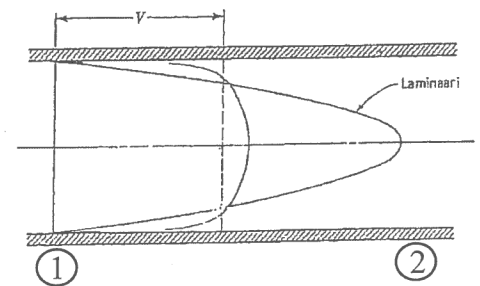
Graafisen laskimen käyttö sallittu  
 Taulukkokirjan käyttö sallittu

1. Kuva esittää nesteen täyttämää sylinteriä, jossa mäntä (massaltaan  $m$ ) vajoaa hitaasti oman painonsa ansiosta alaspäin nopeudella  $U$ , koska männän ja sylinterin välisessä raossa tapahtuu virtausta. Jos raon leveys  $h$  on pieni halkaisijaan  $d$  ja männän korkeuteen  $L$  verrattuna, voidaan virtausta käsitellä tasojen välisenä virtauksena, jossa molemmat pinnat ovat paikallaan. Nostetta ei tarvitse huomioida.



- a) Mikä on painegradientti raossa?  
 b) Mikä on rakovirtausta hallitseva diff. yhtälö reunaehtoineen? (Lähde karteesisen koordinaatiston Navier-Stokes yhtälöistä ja tee tarvittavat yksinkertaistukset)  
 c) Ratkaise nopeusprofiili.  
 d) Mikä on sylinterin vajoamisnopeus  $U$ ?

2. Vesi virtaa sileässä, pyöreässä putkessa, jonka halkaisija on 5 mm sellaisella nopeudella, että  $Re = 5000$ . Mikä on maksiminopeus putken keskellä sekä leikkausjännitys putken seinällä, jos

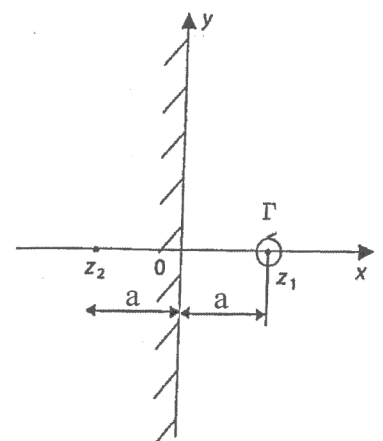


- a) virtaus on laminaari?  
 b) virtaus on turbulenti, jolle log. nopeusjakauma on voimassa?  
 Tarvittavat tulokset löytyvät sivulta 6.  $v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  ja  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .  
 c) Mikä on paineen muutos  $p_1 - p_2$ , jos kohdassa 1 oleva laminaari profiili muuttuu turbulentiksi kohdassa 2, ja kitkan vaikutus jätetään huomioon ottamatta. Sovella yleistä 1D liikeyhtälöä  $\sum F = \int_A \rho \vec{V} \vec{V} \cdot \vec{n} dA$

3. Kuva esittää tapausta, jossa on kiertovirtaus seinämän läheisyydessä. Seinämän voi muodostaa virtaukseen käyttämällä hyväksi peilausta akselin suhteen. (Luennoilla ja harjoituksissa on käyty läpi samankaltaisia tehtäviä)

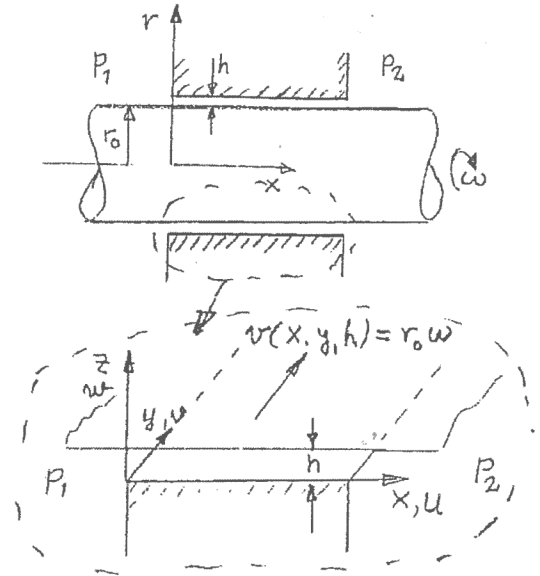
- a) Mikä on kompleksinen nopeuspotentiaali  $w(z)$ ?  
 b) Mitkä ovat  $\phi$  ja  $\psi$ ?  
 c) Ratkaise nopeusjakautuma  $v(0, y)$ .  
 d) Ratkaise painejakautuma  $p(0, y)$ .

*Boussinesqin yhtälöistä*



4. Kuva esittää akselia, joka pyörii kulmanopeudella  $\omega$  samankeskisessä raossa. Raon yli vallitsee paine-ero  $p_1 - p_2$ . Koska  $h \ll r_0$ ,  $p = p(x)$  ja tehtävä voidaan ratkaista karteesisessa koordinaatistossa. (Tapaus esittää vuotovirtausta pumpeissa tai puhaltimissa)

- Mitkä ovat raossa täysin kehittyneitä laminaaria virtausta hallitsevat diff. yhtälöt reunaehtoineen karteesisessa  $x, y, z$  -koordinaatistossa?
- Ratkaise nopeusprofiilit a-kohdan yhtälöistä.
- Mikä on vuodosta aiheutuva tilavuusvirta?



5. Tasolevyn ohi virtaa ilmaa nopeudella 10 m/s.  
 $\nu = 1,6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ .

- Laske nopeudet kohdassa  $x = 1 \text{ m}$  ja  $y = 1 \text{ mm}$ , jos rajakerros on laminaari.
- Laske nopeus  $u$ , samassa kohdassa, jos virtaus on turbulenti levyn alusta lähtien. (Potenssikaava  $u \sim y^{1/7}$  ei välttämättä pidä paikkaansa)
- Mikä on b-kohdan tapauksessa nopeus  $v$  rajakerroksen reunalla  $y = \delta$ . Käytä hyväksesi  $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ .

