

Eepille lueppaa

73265 Symbolinen analyysi I

Kuulustelu 14.12.2000

Huom! Mukana ei saa olla kirjallisuutta, tietokoneita eikä taulukoita. Laskuvälineet ovat sallittuja.

1. Karatsuban menetelmä kokonaislukujen kertomiseksi, miten se toimii ja mitä etua sillä on verrattuna ”perinteiseen” menetelmään.
2. Selosta lyhyesti mitä ovat **a)** kunta, **b)** alikunta, **c)** laajennuskunta, **d)** murtokunta, **e)** rationaalifunktioiden kunta, **f)** polynomien hajoamiskunta. (Piste kustakin.)
3. Seuraava algoritmi laskee kunnan K polynomirenkaan $K[x]$ polynomien listan $\mathcal{P} = [p_1(x), p_2(x), \dots, p_k(x)]$ polynomien s.y.t.:n, missä k on mielivaltainen:
 1. Poistetaan \mathcal{P} :stä nollopolyomit.
 2. Jos \mathcal{P} on tyhjä, tulostetaan 0 ja lopetetaan.
 3. Korvataan \mathcal{P} :n polynomit vastaavilla pääpolynomeilla, ts. jaetaan ne johtavilla kerroimillaan.
 4. Jos \mathcal{P} :ssä on vain yksi polynomi, tulostetaan se ja lopetetaan.
 5. Valitaan \mathcal{P} :stä kaksi polynomia $p(x)$ sekä $q(x)$, joiden asteluvut ovat pienimmät mahdolliset ja $\deg(p(x)) \geq \deg(q(x))$. Jos vaihtoehtoja on, valinta on niiden suhteen vapaa.
 6. Asetetaan $d \leftarrow \deg(p(x)) - \deg(q(x))$ sekä $p(x) \leftarrow p(x) - x^d q(x)$. Mennään kohtaan 1.

a) Perustele algoritmin toiminta. **b)** Montako kierrosta algoritmi enintään tekee, jos syöteen $\mathcal{P} = [p_1(x), p_2(x), \dots, p_k(x)]$ koon mitta on

$$\sum_{i=1}^k \deg(p_i(x)) + k ?$$

(Tämä on *Steinin algoritmi polynomeille*. Algoritmi käyttää oleellisesti vain vähennyslaskuja, x :n potenssilla kertominen kun on ”ilmaista”.)

4. Totea, ettei Heavisiden funktiota $H(x)$ voida liittää $\mathbb{Q}(x)$:ään sen paremmin transsendenttisenä kuin algebrallisenakaan alkiona.
5. Miten lasketaan $\sum p(n) \delta n$, missä $p(x)$ on kunnan K polynomirenkaan $K[x]$ polynomi?