

73123 Variaatiolaskenta

Tentti 22.10.1999

Tulokset myös: <http://www.tut.fi/~pohjavir/tuloksia/>

- Kirjallinen materiaali sallittu, samoin laskimet.
 - Kirjoita - ole hyvä - selvästi nimesi ja numerosi!
 - **Jos haluat** liittää suorituksen jatkotutkintosi osaksi (eikä DI-tutkinnon osaksi), mainitse siitä selvästi. Nimeä myös koulutusohjelmasi (osastosi).
-

1. Mikä on säännöllisysehto (regulaarisuusehto) ratkaisulle $n:n$ tuntemattoman funktion tapauksessa? Vinkki: E.-L. -yhtälöiden tulee olla puettavissa normaaliryhmän muotoon.

2. Perustele, että Gâteaux -variaatiota käyttäen saat todellakin välttämättömän ehdon variaatioprobleeman

$$I[y] = \int_a^b f(x, y(x), y'(x)) dx \rightarrow \min ; y(a) = A ; y(b) = B$$

heikolle lokaaliselle ääriarvolle, kun funktioille f ja y tehdään tavanomaiset olemassaolo- ja jatkuvuusoletukset (esim Sagan luku 2.2). Voit vedota kirjan teoreemoihin.

3. Tarkastelemme $n:n$ tuntemattoman funktion variaatioprobleemaa:

$$I[y] = \int_a^b f(x, y(x), y'(x)) dx \rightarrow \min ; y(a) = y_a ; y(b) = y_b .$$

Oletamme, että ratkaisulle sallitaan matkalla yksi kulmapiste. Analysoi, mistä saadaan juuri tarpeellinen määrä informaatiota tehtävän mahdolliseksi ratkaisemiseksi E.L. -yhtälöiden perusteella. (Ts analysoi diff. yhtälöryhmän ratkaisussa tarvittavien vakioiden määrää ja sitä, mistä kyseiset vakiot saadaan.)

4. Osoita, että funktio $y = x$ toteuttaa ehdon $\delta I[h] = 0$ variaatiotehtävällä

$$\int_0^1 \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx \rightarrow \min ; y(0) = 0 , y(1) = 1 . \text{ (Saganin teht. 2.2.4.)}$$

Älä suotta prujaa kirjaa - anna viite!